КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3 (методы)
вариант 1

1. В гильбертовом пространстве $\mathbb{H}$ поставлена задача минимизации

$$J(u) = \langle Au, u\rangle_{\mathbb{H}} \to \inf_{u\in U} \quad U = \{u \in \mathbb{H} : \langle c, u\rangle_{\mathbb{H}} \leqslant -1\},$$

где $A \in \mathcal{L}(\mathbb{H} \to \mathbb{H})$, $A = A^*$, $\langle Ah, h\rangle_{\mathbb{H}} \geq \mu\|h\|^2_{\mathbb{H}}$ при $\mu > 0$ $\forall h \in \mathbb{H}$, $c \in \mathbb{H}$, $c \neq \theta_{\mathbb{H}}$.

а) Обосновать существование решения задачи.

б) Выписать и решить **двойственную задачу**. С помощью теоремы о свойствах решений двойственных задач и теорем Куна-Таккера получить решение исходной задачи, указав для неё J_* и U_*.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3 (методы)
вариант 2

1. В гильбертовом пространстве $\mathbb{H}$ поставлена задача минимизации

$$J(u) = \|Au\|^2_{\mathbb{H}} \to \inf_{u \in U}, \quad U = \{u \in \mathbb{H} : \langle c, u\rangle_{\mathbb{H}} \leqslant -1\},$$

где $A \in \mathcal{L}(\mathbb{H} \to \mathbb{H})$, $A = A^*$, $\langle Ah, h\rangle_{\mathbb{H}} \geq \mu\|h\|^2_{\mathbb{H}}$ при $\mu > 0$ $\forall h \in \mathbb{H}$, $c \in \mathbb{H}$, $c \neq \theta_{\mathbb{H}}$.

а) Обосновать существование решения задачи.

б) Выписать и решить **двойственную задачу**. С помощью теоремы о свойствах решений двойственных задач и теорем Куна-Таккера получить решение исходной задачи, указав для неё J_* и U_*.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3 (методы)
вариант 3

1. В гильбертовом пространстве $\mathbb{H}$ поставлена задача минимизации

$$J(u) = \frac{1}{2}\|u - 2c\|_{\mathbb{H}}^2 \to \inf_{u \in U}, \quad U = \left\{ u \in \mathbb{H} : \langle c, u \rangle_{\mathbb{H}}^2 \leqslant 1 \right\},$$

где $c \in \mathbb{H}$, $\|c\|_{\mathbb{H}} = 1$.

а) Обосновать существование решения задачи.

б) Решить её с помощью **правила множителей Лагранжа**.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3 (методы)
вариант 4

1. В пространстве $\mathbb{H} = l_2$ поставлена задача минимизации

$$J(x) = (x_1 + 4)^2 + (x_2 + 8)^2 + (x_3 - 3)^2 + \sum_{k=4}^{+\infty} x_k^2 \to \inf_{x \in X},$$

$$X = \left\{ x \in l_2 : \|x\|_{l_2} \leqslant 3,\ x_1 - x_2 \leqslant 0 \right\}.$$

а) Обосновать существование решения задачи.

б) Решить её с помощью **правила множителей Лагранжа**.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3 (методы)
вариант 5

1. В гильбертовом пространстве $\mathbb{H}$ поставлена задача минимизации

$$J(u) = \|Au\|^2_{\mathbb{H}} \to \inf_{u \in U}, \quad U = \{u \in \mathbb{H} : \langle c, u\rangle_{\mathbb{H}} \leqslant 1\},$$

где $A \in \mathcal{L}(\mathbb{H} \to \mathbb{H})$, $A = A^*$, $\langle Ah, h\rangle_{\mathbb{H}} \geq \mu\|h\|^2_{\mathbb{H}}$ при $\mu > 0$ $\forall h \in \mathbb{H}$, $c \in \mathbb{H}$, $c \neq \theta_{\mathbb{H}}$.

а) Обосновать существование решения задачи.

б) Выписать и решить **двойственную задачу**. С помощью теоремы о свойствах решений двойственных задач и теорем Куна-Таккера получить решение исходной задачи, указав для неё J_* и U_*.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3 (методы)
вариант 6

1. В гильбертовом пространстве $\mathbb{H}$ поставлена задача минимизации

$$J(u) = \langle Au, u \rangle_{\mathbb{H}} \to \inf_{u \in U} \quad U = \{ u \in \mathbb{H} : \langle c, u \rangle_{\mathbb{H}} \leqslant 1 \} \,,$$

где $A \in \mathcal{L}(\mathbb{H} \to \mathbb{H})$, $A = A^*$, $\langle Ah, h \rangle_{\mathbb{H}} \geq \mu \|h\|^2_{\mathbb{H}}$ при $\mu > 0$ $\forall h \in \mathbb{H}$, $c \in \mathbb{H}$, $c \neq \theta_{\mathbb{H}}$.

а) Обосновать существование решения задачи.

б) Выписать и решить **двойственную задачу**. С помощью теоремы о свойствах решений двойственных задач и теорем Куна-Таккера получить решение исходной задачи, указав для неё J_* и U_*.